

P2 Kilogrami i Planck 2019

Më 20 maj 2019, fizika dhe shkencë në përgjithësi do të përjetojnë një ditë të rëndësishme: rezoluta e aprovuar më 16 nëntor në Konferencën e 26-të të Përgjithshme të Peshave dhe Masave në Paris, sipas së cilës **të gjitha njësitë matëse janë të përcaktuara duke filluar nga vlerat** - të dhëna sipas përcaktimit - **të sa më shumë konstantave themelore fizike**.

Njësia e kohës - e dyta - përcaktohet si një shumfish i plotë i periodes së rrezatimit elektromagnetik të emetuar në kalimin midis dy niveleve hyperfine të gjendjes themelore të Cesium-133. Më saktësisht frekuenca e këtij rrezatimi fiksohet me përkufizim si $\Delta\nu = 9\,192\,631\,770$ Hz.

Njësia e gjatësisë - metri - korrespondon me hapësirën e përshkruar në zbrazëti nga drita në kohën e $1/299\,792\,458$ s, me shpejtësinë c , të fiksuar sipas përcaktimit.

Ende dhe për rreth një muaj (olimpada është zhvilluar në prill 2019), njësia e masës në S.I. - kilogrami - është i përcaktuar përmes një "prototipi ndërkombëtar", d.m.th një objekt i bërë në vitin 1875 me një aliazh platini-iridium dhe i mbajtur në një vakum të lartë, nën një kamanë të trefishtë qelqi, në Zyrën Ndërkombëtare të Peshave dhe Matjeve (BIPM) në Sevres, Francë.

Nga 20 maji 2019, pasi të jetë braktisur ky kampion fizik, kilogrami do të përcaktohet në terma të tre konstantave themelore: **shpejtësia e dritës c , frekuenca $\Delta\nu$** (vlera e së cilës jepet në hyrje në faqen 3) dhe **konstantia e Planck h** . Konstantia e Planck është ndër ato konstante natyrore, vlera e të cilëve u "përcaktua" në rezolutën e aprovuar më 16 nëntor 2018 nga Konferenca e 26-të e Përgjithshme e Peshave dhe Masave në Paris; ato tani janë fiksuar me të gjitha shifrat e tyre domethënëse.

1. Tregoni që njësia "kilogram" mund të shprehet si $1\text{kg} = \eta f(h, c, \Delta\nu)$ dhe përcaktoni vlerën e numrit η .

Konstanta e Planck është, në një farë mënyre, njësia natyrore e matjes së një madhësie fizike të quajtur "veprim", si dhe ngarkesa elementare e është njësia natyrore e ngarkesës elektrike. Siç mund të kuptohet nga vlera e dhënë në tabelë, veprimi ka dimensionet e energjisë për njësi të kohës.

2. Tregoni se "**veprimi**" ka të njëjtat dimensionet si të gjatësisë për sasi lëvizjeje, si dhe të momentit këndor, dhe të prodhimit të ngarkesës elektrike me fluks magnetik.

Aksioni është një madhësi skalare e lidhur me çdo ligj të mundshëm kohor të një trupi (grimcë). Konsideroni një top me masë m që, në mungesë të gravitetit dhe fërkimit, lëviz me një shpejtësi konstante pingul me dy mure paralel në largësi 2ℓ , duke kërcyer në mënyrë elastike nga njëri mur te tjetri. Lëvizja periodike me periode T mund të përfaqësohet si cikël në rrafshin $(x; p)$, koordinata x - sasi e lëvizjes p , e quajtur hapësirë fazore. Në rastin e veçantë të një lëvizjeje periodike, sipërfaqia e ciklit mat veprimin A të topit në një periode lëvizjeje.

3. Ndërtoni boshtin x -ortogonal me dy muret, me origjinë në pikën e mesit, në mënyrë që dy muret të kenë një koordinatë $x = \pm \ell$, të paraqitet grafikisht cikli i mbyllur në hapësirën fazore dhe përcaktoni veprimin A .

Në mekanikën klasike veprimi mund të marrë ndonjë vlerë reale dhe mund të ndryshojë në mënyrë të vazhdueshme. Max Planck zbuloi se sjellja e sistemeve fizike që kryejnë lëvizjeje periodike përshkruhet saktë vetëm duke supozuar se veprimi i lidhur me një periode lëvizjeje mund të marrë vetëm vlera shumfishe të h : $A = nh$, ku n është një numër i plotë pozitiv. Ky diskretizim i vlerave të A shprehet duke thënë se **veprimi është një madhësi e kuantizuar**. Kur është e mundur të zbulohet kuantizimi i veprimit, thuhet se sistemi manifeston "efekte kuantike".

4. Për $m=50\text{g}$; $\ell = 1\text{m}$ dhe $T = 4\text{s}$, gjeni rendin e madhësisë së numërit të plotë n dhe shpjegoni pse nuk është e mundur të zbulohen efektet e kuantizimit e veprimit për këtë sistem.

5. Përsëriteni llogaritjen për një proton që lëviz me shpejtësi $v \sim 270\text{m/s}$ dhe se është e detyruar të lëvizë midis dy mureve në largësi 2ℓ me $\ell = 1.1\text{nm}$. Shpjegoni pse në këtë rast efektet kuantike janë të dallueshëm.

6. Tregoni se kuantizimi i veprimit nënkupton kuantizimin e energjisë, d.m.th faktin që, duke pasur parasysh ℓ , energjia e protonit mund të marrë vetëm vlera diskrete E_n me n numër të plotë pozitiv. Përcaktoni këto vlera si një funksion të n , për një proton të detyruar të lëvizë midis dy mureve në të njëjtën distancë me pyetjen e mëparshme.

7. Një proton në nivelin e energjisë $n=2$ bie në nivelin $n=1$; a mund që fotoni i emetuar të jetë në zonën e spektrit të dukshëm?

Tani merrni parasysh fenomenin e valëve të qëndrueshme midis ekstremeve fikse, të aplikuara në hapësirën midis dy mureve në largësi 2ℓ .

8. Të vlerësohet se ekziston një marrëdhënie midis vlerave të mundshme të gjatësisë së valës λ së një valë e qëndrueshme midis dy mureve dhe vlerave të mundshme p të sasisë së lëvizjes së protonit midis të njëjtave mure.

Zgjidhje

Pyetja 1

Për të përcaktuar shprehjen e kilogramit, konsideroni se masa jepet nga marrëdhënia midis energjisë dhe katrorit të shpejtësisë, prandaj, duke përdorur produktin $h\Delta\nu$ si njësi natyrore për energjinë dhe atë të dritës për shpejtësinë, marrim

$$1\text{kg} = \eta \frac{h\Delta\nu}{c^2}$$

$$\text{Njëhesojmë } \frac{h\Delta\nu}{c^2} = 6.77726531231207... \times 10^{-41} \text{ kg nga e cila rrjedh se } \eta = 1.4755214... \times 10^{40}$$

Shënim: Meqenëse η është rezultat i operacioneve aritmetike midis numrave të njohur racionalë saktësisht (në veçanti, numrave dhjetorë të fundëm) vlera e tij mund të shprehet në terma të saktë me numrin e shifrave të nevojshme për të përfaqësuar numrin periodik dhjetor të përfutur; në këtë rast numri i shifrave që do të raportohen nuk përcaktohet nga të dhënat fillestare dhe operacionet e kryera, por vetëm nga përdorimi që do të bëhet prej tij më vonë. Për këtë rezultat do të konsiderohet i saktë, pavarësisht nga numri i shifrave të shkruara.

Me një arsyetim analoge mund të tregohet se edhe njësitë e matjes së madhësive të tjera themelore të SI, (për shembull amperi, kelvin dhe mol) mund të shkruhen në kuptimin e konstantave themelore.

$$1\text{A} = 6.78968681725055... \times 10^8 e\Delta\nu$$

$$1\text{K} = 2.26666526460111... \times h\Delta\nu \text{ K}^{-1}$$

$$1 \text{ mol} = 6.02214076 \times 10^{23} N_A^{-1}$$

Pyetja 2

Rasti i parë është

$$[x p] = L \times \text{MLT}^{-1} = \text{ML}^2 \text{T}^{-1} \text{ dhe këto janë saktësisht dimensionet e energjisë për njësi të kohë.}$$

Dimensionet e momentit këndor L janë ato të gjatësisë me sasinë e lëvizjeje dhe për këtë arsye

$$[L] = [x p] = \text{ML}^2 \text{T}^{-1}$$

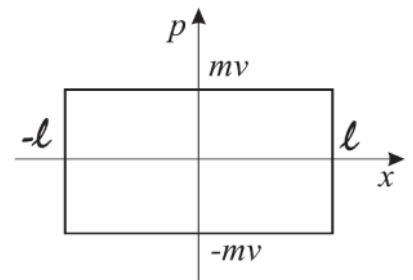
Për rastin e tretë, duhet mbajtur mend ligji Faraday-Neumann, **ndryshimi i fluksit në njësinë e kohës është një f.e.m.**, kështu që $[\Phi] = [e t]$ dhe gjithashtu produkt i një f.e.m. me ngarkesën është energji, kështu që $[E] = [q \varepsilon]$; në vazhdim kemi

$$[q\Phi] = [q \varepsilon t] = [E t] = \text{ML}^2 \text{T}^{-2} \times \text{T} = \text{ML}^2 \text{T}^{-1}$$

Pyetja 3

Konsideroni topin që po udhëton nga muri i vendosur në $x = -\ell$ drejt murit në $x = +\ell$, në këtë trajektore sasia e lëvizjes është konstante dhe e barabartë me $p = mv$, kështu që në grafik është një segment paralel me boshtin e koordinatës. Në goditjen me mur të vendosur në $x = +\ell$ shenja e sasisë së lëvizjes përmbysset kështu që topi kthehet në murin $x = -\ell$ me sasi lëvizjeje $-mv$.

Duke supozuar se ndryshimi në sasinë e lëvizjes ndodh në një hapësirë absolutisht të papërfillshme në krahasim me distancën e mureve, cikli mund të përshkruhet nga një drejtkëndësh me brinjë 2ℓ dhe $2mv$. Veprimi A është sipërfaqia e kufizuar nga cikli, pra zona e drejtkëndëshit me brinjë 2ℓ dhe $2mv$, për të cilën $A = 4\ell mv$.



Pyetja 4

Gjejmë

$$A = 16 \frac{m\ell^2}{T} = 0.2J \text{ nga ku } n = \frac{A}{h} = 3.02 \times 10^{32}$$

$$2.99 \leq n \leq 3.04 \quad [10^{32}]$$

Në fakt, nuk mund të verifikohet që n është një numër i plotë, pasi duke qenë një numër shumë i madh nuk është e mundur të bëhen matje të barabartë me precizionin e nevojshëm, në këtë rast, me të paktën 32 shifra domethënëse. Kjo do të thotë se nuk është në të vërtetë e mundur të vëzhgohen efektet e kuantizimit të veprimit në këto shkallë dhe prandaj është e mundur të konsiderojmë veprimin si një variabël i vazhdueshëm.

Pyetja 5

Në rastin e protonit

$$A = 14\ell p = 4\ell mv = 1.99 \times 10^{-33} \text{ Js} \Rightarrow n = \frac{A}{h} \approx 3$$

Në këtë rast, veprimi nuk mund të shihet si një variabël i vazhdueshëm për shkak se ai ka të njëjtin rend madhësie si të h , kështu që ajo nuk është më shkoqitje " (shkalla e detajeve) e parëndësishme " dhe bëhen relevante efektet e kuantizimit të veprimit.

Pyetja 6

Meqëse ℓ është fiksuar dhe veprimi duhet kuantizuar, vlerat e sasisë lëvizje, dhe për këtë arsye shpejtësia, janë kuantizuar.

$$v_n = \frac{h}{4\ell m} n$$

Nga këtu nxirret se energjia mund të marrë vetëm vlerat

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 = \frac{h^2}{32\ell^2 m} n^2$$

Është gjithashtu e mundur të shprehet veprimi direkt në termin të energjisë E , duke eliminuar v

$$A = 4\ell \sqrt{2mE} = nh$$

Natyrisht marrim e të njëjtit rezultat.

Nivelet e energjisë së protonit të kufizuar midis dy mureve prandaj janë të përcaktuara. Energjia e nivelit themelor është

$$E_1 = \frac{h^2}{32\ell^2 m} = 6.78 \times 10^{-24} \text{ J} = 4.23 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

dhe energjitë e niveleve më të larta fitohen duke shumëzuar këtë vlerë me katrorin e një numri të plotë pozitiv:

$$E_n = n^2 E_1$$

SHENIM: rezultati është i njëjtë me atë të marrë duke përdorur ekuacionin e lëvizjes në mekanikën kuantike për nivelet e energjisë së një grimcë në gropën potenciale të fundme.

Pyetja 7

Gjendet

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 3 \frac{h^2}{32\ell^2 m} = 2.034 \times 10^{-23} \text{ J} = 1.269 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

$$2.02 \leq \Delta E \leq 2.05 \quad [10^{-23} \text{ J}]$$

$$1.26 \leq \Delta E \leq 1.28 \quad [10^{-4} \text{ eV}]$$

Kjo e rendit rrezatimin jashtë spektrit të dukshëm pasi gjatësitë e valëve të dukshme korrespondojnë ndërmjet rreth 400 dhe 750nm, përmes relacionit $E = hc / \lambda$, në energjitë e disa elektronvolt (1.7 - 3.0 eV).

Pyetja 8

Në mënyrë që një valë të jetë e palëvizshme është e nevojshme që në të gjithë gjatësinë 2ℓ të përmbahet një numër i plotë i gjysmës së gjatësisë të valës, pra $2\ell = n \lambda / 2$ me n numër i plotë pozitiv, atëherë $\lambda = 4\ell / n$.

Përftohet vlera e kuantizuar e energjisë

$$p^2 = 2mE_n = \frac{h^2}{16\ell^2} n^2 \quad \text{që nga} \quad p = \frac{h}{\lambda} n = \frac{h}{\lambda}$$

Që këtu gjejmë relacionin e vales së De Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p}$$